

函数入门进阶练习

• namishu.com • 2026-05-04

Copyright © 2026 Namishu. All rights reserved.

1. 某文具店出售笔记本。买 1 本花 6 元，买 2 本花 12 元，买 3 本花 18 元。

- (1) 设买 x 本花 y 元，写出 y 关于 x 的函数公式。
- (2) 如果只知道“每多买 1 本，多花 6 元”，还需要知道什么信息，才能确定完整的函数公式？
- (3) 如果商店另收 5 元包装费，新的函数公式是什么？这个公式和原来的公式相比，图像有什么变化？

2. 一个函数满足：当输入增加 1 时，输出总是增加 4；并且输入 0 时，输出是 -3 。

- (1) 说明这个函数为什么可以写成一次函数。
- (2) 推导出函数公式 $f(x)$ 。
- (3) 不画图，判断这个函数图像和 x 轴的交点在 x 轴的正半轴还是负半轴，并说明理由。

3. 已知一次函数 $f(x) = kx + b$ ，并且 $f(0) = 2$ ， $f(3) = 11$ 。

- (1) 根据 $f(0) = 2$ 求出 b 。
- (2) 根据 $f(3) = 11$ 求出 k 。
- (3) 写出函数公式，并说明 k 表示什么变化规律。

4. 两条直线函数分别为

$$f(x) = 2x + 1, \quad g(x) = 5 - x.$$

- (1) 解方程 $f(x) = g(x)$ 。
- (2) 把这个方程解释成“两个函数的输出相等”。
- (3) 在图像上，方程 $f(x) = g(x)$ 的解表示什么？

5. 已知函数

$$f(x) = x^2 - 6x + 9.$$

- (1) 把 $f(x)$ 写成完全平方的形式。
- (2) 由完全平方的形式说明 $f(x)$ 的最小值是多少。
- (3) 解方程 $f(x) = 0$ ，并从图像角度解释为什么只有一个交点。

6. 已知函数

$$f(x) = x^2 - 2x - 8.$$

- (1) 把 $f(x)$ 分解因式。
- (2) 解方程 $f(x) = 0$ 。
- (3) 不画精确图像，说明图像和 x 轴有几个交点，并写出这些交点的横坐标。

7. 考虑一族函数

$$f_c(x) = x^2 + c.$$

- (1) 当 $c = -4$ 时, 方程 $f_c(x) = 0$ 有几个实数解?
- (2) 当 $c = 0$ 时, 方程 $f_c(x) = 0$ 有几个实数解?
- (3) 当 $c = 3$ 时, 方程 $f_c(x) = 0$ 有几个实数解?
- (4) 根据上面的例子, 总结 c 的正负与图像是否碰到 x 轴之间的关系。

8. 已知

$$f(x) = (x - a)^2.$$

- (1) 证明 $f(x) \geq 0$ 。
- (2) 当 x 等于多少时, $f(x) = 0$?
- (3) 图像和 x 轴的交点是什么? 请用 a 表示。

9. 已知

$$f(x) = (x - 1)(x + 5).$$

- (1) 不展开, 直接求方程 $f(x) = 0$ 的解。
- (2) 展开 $f(x)$, 写成 $x^2 + bx + c$ 的形式。
- (3) 说明“乘积形式”和“展开形式”各自有什么用处。

10. 一个长方形的周长是 24 cm。设长为 x cm, 宽为 y cm, 面积为 A cm²。

- (1) 先用 x 表示 y 。
- (2) 写出面积 A 关于 x 的函数公式。
- (3) 把 A 写成二次函数, 并判断当 x 取什么值时面积最大。

11. 某手机套餐每月固定费用 20 元, 另外每使用 1 GB 流量收费 3 元。

- (1) 设使用 x GB 流量时总费用为 $C(x)$, 写出函数公式。
- (2) 如果另一个套餐没有固定费用, 但每 1 GB 收费 5 元, 写出它的费用函数 $D(x)$ 。
- (3) 解方程 $C(x) = D(x)$, 并解释这个解的实际意义。

12. 一辆车从甲地出发, 速度为 60 km/h。另一辆车从同一地点晚出发 1 小时, 速度为 90 km/h。设第一辆车出发后经过 t 小时。

- (1) 写出第一辆车的路程函数 $s_1(t)$ 。
- (2) 当 $t \geq 1$ 时, 写出第二辆车的路程函数 $s_2(t)$ 。
- (3) 通过解方程 $s_1(t) = s_2(t)$, 求第二辆车什么时候追上第一辆车。

13. 一个数列的前几项是

$$5, 8, 11, 14, 17, \dots$$

- (1) 把第 n 项写成 a_n 关于 n 的函数公式。
- (2) 说明它和一次函数有什么关系。
- (3) 求第几项等于 50。如果没有整数项等于 50, 请说明理由。

14. 另一个数列的前几项是

$$3, 6, 12, 24, 48, \dots$$

- (1) 写出第 n 项 a_n 的公式 (令第一项对应 $n = 1$)。
- (2) 说明它和指数函数有什么关系。
- (3) 求第几项等于 384。

15. 已知指数函数

$$f(x) = 3 \cdot 2^x.$$

- (1) 证明当 x 每增加 1 时, 函数值变成原来的 2 倍。
- (2) 解方程 $f(x) = 24$ 。
- (3) 从“图像和水平线 $y = 24$ 的交点”角度解释上一问的解。

16. 已知

$$f(x) = 2^x, \quad g(x) = 8.$$

- (1) 解方程 $f(x) = g(x)$ 。
- (2) 把 $g(x) = 8$ 看成一个常数函数。它的图像是什么样子?
- (3) 方程 $2^x = 8$ 的解, 在两个函数图像上表示什么?

17. 利用对数的意义分析方程

$$2^x = 10.$$

- (1) 用对数表示方程的解。
- (2) 判断这个解在 3 和 4 之间, 还是在 4 和 5 之间, 并说明理由。
- (3) 从函数 $f(x) = 2^x$ 的图像角度解释: 为什么这个方程只有一个解?

18. 设

$$f(x) = \frac{12}{x},$$

其中 $x > 0$ 。

- (1) 在实际问题中, x 可以表示“人数”, $f(x)$ 可以表示什么? 请自己设计一个合理情境。
- (2) 当 x 变大时, $f(x)$ 是变大还是变小? 请结合情境解释。
- (3) 解方程 $f(x) = 3$, 并说明它在你设计的情境中是什么意思。

19. 某商品原价为 p 元。先打 8 折, 再减 10 元。

- (1) 写出最终价格 $F(p)$ 关于原价 p 的函数公式。
- (2) 如果最终价格是 70 元, 求原价。
- (3) 解释为什么这个问题既可以看成解方程, 也可以看成找函数图像和水平线 $y = 70$ 的交点。

20. 请比较下面三类函数的变化方式:

$$f(x) = 2x + 1, \quad g(x) = x^2, \quad h(x) = 2^x.$$

- (1) 分别计算 $x = 0, 1, 2, 3, 4$ 时三个函数的值。
- (2) 对每个函数, 观察相邻两项的差或倍数有什么规律。

(3) 用自己的话说明：一次函数、二次函数、指数函数的变化方式有什么不同。