
分数进阶符号计算练习

• namishu.com • 2026-03-07

Copyright © 2026 Namishu. All rights reserved.

1. 化简下列繁分数:

$$(1) \frac{\frac{3}{4} + \frac{1}{6}}{\frac{5}{6} - \frac{1}{3}}$$

$$(2) \frac{1 - \frac{2}{5}}{\frac{7}{10} + \frac{1}{2}}$$

$$(3) \frac{\frac{8}{3} - \frac{4}{2}}{\frac{2}{2} \times \frac{9}{3}}$$

$$(4) \frac{\frac{3}{4} + \frac{5}{4} - 1}{\frac{3}{15}}$$

2. 计算下列繁分数与连分式:

$$(1) \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}$$

$$(2) \frac{\frac{1}{1}}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}$$

$$(3) 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3}}$$

$$(4) \frac{2}{1 + \frac{3}{4 + \frac{1}{2}}}$$

3. 计算并化简:

$$(1) \frac{\frac{2}{x}}{\frac{y}{3}}$$

$$(2) \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} \cdot \frac{x+y}{x+y}$$

$$(3) \frac{\frac{x}{x-y}}{y}$$

要求：写出化简结果，并注明字母需要满足的条件。

4. 化简下列含字母分式：

$$(1) \frac{x^2 - 9}{x^2 - 3x}$$

$$(2) \frac{a^2 - b^2}{a^2 + 2ab + b^2}$$

$$(3) \frac{m^2 - 4m + 4}{m^2 - 4}$$

$$(4) \frac{3x^2y - 12xy}{6xy^2 - 24y^2}$$

5. 先通分，再化简：

$$(1) \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$$

$$(2) \frac{2}{a-b} - \frac{3}{a+b}$$

$$(3) \frac{x}{x-1} + \frac{1}{1-x}$$

$$(4) \frac{m}{m+n} - \frac{n}{m-n}$$

6. 计算并尽量化简：

$$(1) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \div \frac{x+y}{xy}$$

$$(2) \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right) \div \frac{a^2 - b^2}{ab}$$

$$(3) \left(1 - \frac{1}{n}\right) \div \frac{n-1}{n}$$

7. 证明下列等式：

$$(1) \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab}$$

$$(2) \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2 + b^2}{ab}$$

要求：写出完整的通分与化简过程。

8. 已知 $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ ，求下列各式的值：

$$(1) \frac{2x+3y}{y}$$

$$(2) \frac{x+y}{x-y}$$

$$(3) \frac{3x}{2y} + \frac{2y}{3x}$$

9. 已知 $\frac{a-b}{a+b} = \frac{1}{5}$ ，求 $\frac{a}{b}$ 的值。

10. 解下列方程：

$$(1) \frac{x}{3} - \frac{x}{4} = 2$$

$$(2) \frac{x+1}{2} - \frac{x-1}{3} = 1$$

$$(3) \frac{2x-1}{5} + \frac{x+2}{10} = 3$$

11. 解下列分式方程:

$$(1) \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} = \frac{3}{2}$$

$$(2) \frac{2}{x-1} - \frac{1}{x+2} = 1$$

$$(3) \frac{x+3}{x-2} = 2$$

要求: 检验是否有增根。

12. 解下列连分式方程:

$$(1) \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} = \frac{2}{3}$$

$$(2) 1 + \frac{1}{x + \frac{1}{2}} = \frac{7}{5}$$

13. 将下列各式拆成两个分数之差:

$$(1) \frac{1}{n(n+1)}$$

$$(2) \frac{2}{(x-1)(x+1)}$$

$$(3) \frac{3}{(m+1)(m+4)}$$

14. 利用适当的拆项方法计算:

$$(1) \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5}$$

$$(2) \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6}$$

15. 设

$$F_n = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\ddots + \frac{1}{1}}}}}$$

其中右边一共出现 n 个“1”。写出 F_1, F_2, F_3, F_4 的值, 并猜想 F_{n+1} 与 F_n 的关系。

16. 已知

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3}, \quad x - y = 2,$$

求 $\frac{x+y}{xy}$ 的值, 并进一步求 x, y 。

17. 某项工程, 甲单独完成需 $\frac{15}{2}$ 天, 乙单独完成需 6 天。

- (1) 甲、乙每天各完成这项工程的几分之几?
- (2) 两人合作 2 天后, 剩余工程占总工程的几分之几?
- (3) 若剩余部分由乙单独完成, 还需多少天?

■ 18. 一桶油, 第一次倒出总量的 $\frac{2}{5}$, 第二次倒出余下的 $\frac{3}{8}$, 这时还剩 36 升。

- (1) 设原来有 x 升油, 列出关于 x 的方程。
- (2) 求这桶油原来有多少升。

■ 19. 某班原有学生若干人, 其中女生人数占全班的 $\frac{3}{7}$ 。后来转入 4 名女生后, 女生人数占全班的 $\frac{1}{2}$ 。

- (1) 设原来全班有 x 人, 列出方程。
- (2) 求原来全班人数。

■ 20. 阅读并完成推导: 若 a, b, c, d 都不为 0, 且 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ 。

- (1) 证明 $ad = bc$ 。
- (2) 由此推出 $\frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b}$ 成立需要满足什么条件?
- (3) 在满足条件时, 写出推导过程。