
分数进阶符号计算练习参考答案

• namishu.com • 2026-03-07

Copyright © 2026 Namishu. All rights reserved.

1.

最终答案

- (1) $\frac{11}{6}$
- (2) $\frac{1}{2}$
- (3) $\frac{9}{8}$
- (4) 1

解答步骤

$$(1) \frac{\frac{3}{4} + \frac{1}{6}}{\frac{5}{6} - \frac{1}{3}} = \frac{\frac{11}{12}}{\frac{2}{2}} = \frac{11}{12} \times 2 = \frac{11}{6}。$$
$$(2) \frac{1 - \frac{2}{5}}{\frac{7}{7} - \frac{1}{1}} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{5}{5}} = \frac{3}{5} \times \frac{5}{6} = \frac{1}{2}。$$
$$(3) \frac{\frac{8}{3} - \frac{4}{2}}{\frac{2}{2} \times \frac{9}{9}} = \frac{\frac{3}{3}}{\frac{3}{3}} = \frac{3}{8} \times 3 = \frac{9}{8}。$$
$$(4) \frac{\frac{2}{3} + \frac{3}{5} - 1}{\frac{4}{4}} = \frac{\frac{10}{15} + \frac{9}{15} - \frac{15}{15}}{\frac{4}{4}} = \frac{\frac{4}{15}}{\frac{4}{4}} = 1。$$

2.

最终答案

- (1) $\frac{2}{3}$
- (2) $\frac{3}{5}$
- (3) $\frac{10}{7}$
- (4) $\frac{6}{5}$

解答步骤

$$(1) \frac{1}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}。$$

$$(2) \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}} = \frac{1}{1 + \frac{2}{3}} = \frac{1}{\frac{5}{3}} = \frac{3}{5}。$$

$$(3) 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3}} = 1 + \frac{1}{\frac{7}{3}} = 1 + \frac{3}{7} = \frac{10}{7}。$$

$$(4) \frac{2}{1 + \frac{3}{4 + \frac{1}{2}}} = \frac{2}{1 + \frac{3}{\frac{9}{2}}} = \frac{2}{1 + \frac{2}{3}} = \frac{2}{\frac{5}{3}} = \frac{6}{5}。$$

3.

最终答案

$$(1) \frac{2y}{3x}$$

$$(2) -\frac{a+b}{a-b}, \text{ 条件 } a \neq 0, b \neq 0, a \neq b$$

$$(3) \frac{y(x+y)}{x(x-y)}, \text{ 条件 } x \neq 0, y \neq 0, x \neq y$$

解答步骤

$$(1) \frac{\frac{2}{x}}{\frac{y}{3}} = \frac{2}{x} \times \frac{3}{y} = \frac{2y}{3x}, \text{ 条件为 } x \neq 0, y \neq 0。$$

$$(2) \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} = \frac{\frac{a+b}{ab}}{\frac{b-a}{ab}} = \frac{a+b}{b-a} = -\frac{a+b}{a-b}, \text{ 条件是 } a \neq 0, b \neq 0, a \neq b。$$

$$(3) \frac{\frac{x}{x-y}}{y} = \frac{x+y}{x} \times \frac{y}{x-y} = \frac{y(x+y)}{x(x-y)}, \text{ 条件是 } x \neq 0, y \neq 0, x \neq y。$$

4.

最终答案

$$(1) \frac{x+3}{x}, \text{ 条件 } x \neq 0, x \neq 3$$

$$(2) \frac{a-b}{a+b}, \text{ 条件 } a+b \neq 0$$

$$(3) \frac{m-2}{m+2}, \text{ 条件 } m \neq \pm 2$$

$$(4) \frac{x}{2y}, \text{ 条件 } y \neq 0, x \neq 4$$

解答步骤

$$(1) \frac{x^2-9}{x^2-3x} = \frac{(x-3)(x+3)}{x(x-3)} = \frac{x+3}{x}。$$

$$(2) \frac{a^2-b^2}{a^2+2ab+b^2} = \frac{(a-b)(a+b)}{(a+b)^2} = \frac{a-b}{a+b}。$$

$$(3) \frac{m^2-4m+4}{m^2-4} = \frac{(m-2)^2}{(m-2)(m+2)} = \frac{m-2}{m+2}。$$

$$(4) \frac{3x^2y - 12xy}{6xy^2 - 24y^2} = \frac{3xy(x-4)}{6y^2(x-4)} = \frac{x}{2y}。$$

5.

最终答案

$$(1) \frac{x+y}{xy}$$

$$(2) \frac{-a+5b}{(a-b)(a+b)}$$

$$(3) 1$$

$$(4) \frac{m^2 - 2mn - n^2}{(m-n)(m+n)}$$

解答步骤

$$(1) \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{y+x}{xy} = \frac{x+y}{xy}。$$

$$(2) \frac{2}{a-b} - \frac{3}{a+b} = \frac{2(a+b) - 3(a-b)}{(a-b)(a+b)} = \frac{-a+5b}{(a-b)(a+b)}。$$

$$(3) \frac{x}{x-1} + \frac{1}{1-x} = \frac{x}{x-1} - \frac{1}{x-1} = \frac{x-1}{x-1} = 1。$$

$$(4) \frac{m}{m+n} - \frac{n}{m-n} = \frac{m(m-n) - n(m+n)}{(m+n)(m-n)} = \frac{m^2 - 2mn - n^2}{(m-n)(m+n)}。$$

6.

最终答案

$$(1) 1$$

$$(2) 1$$

$$(3) 1$$

解答步骤

$$(1) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \div \frac{x+y}{xy} = \frac{x+y}{xy} \div \frac{x+y}{xy} = 1。$$

$$(2) \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right) \div \frac{a^2 - b^2}{ab} = \frac{a^2 - b^2}{ab} \div \frac{a^2 - b^2}{ab} = 1。$$

$$(3) \left(1 - \frac{1}{n}\right) \div \frac{n-1}{n} = \frac{n-1}{n} \div \frac{n-1}{n} = 1。$$

7.

最终答案

两个等式都成立。

解答步骤

$$(1) \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{b}{ab} + \frac{a}{ab} = \frac{a+b}{ab}。$$

$$(2) \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2}{ab} + \frac{b^2}{ab} = \frac{a^2 + b^2}{ab}。$$

这里要求 $a \neq 0, b \neq 0$ 。

8.

最终答案

- (1) $\frac{13}{3}$
 (2) -5
 (3) 2

解答步骤

由 $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$, 可设 $x = 2k, y = 3k$ 。

- (1) $\frac{2x + 3y}{y} = \frac{4k + 9k}{3k} = \frac{13k}{3k} = \frac{13}{3}$ 。
 (2) $\frac{x + y}{x - y} = \frac{2k + 3k}{2k - 3k} = \frac{5k}{-k} = -5$ 。
 (3) $\frac{3x}{2y} + \frac{2y}{3x} = \frac{3 \cdot 2k}{2 \cdot 3k} + \frac{2 \cdot 3k}{3 \cdot 2k} = 1 + 1 = 2$ 。

9.

最终答案

$$\frac{a}{b} = \frac{3}{2}。$$

解答步骤

设 $\frac{a}{b} = r$, 则

$$\frac{a - b}{a + b} = \frac{rb - b}{rb + b} = \frac{r - 1}{r + 1} = \frac{1}{5}$$

交叉相乘得

$$5(r - 1) = r + 1$$

解得

$$5r - 5 = r + 1, \quad 4r = 6, \quad r = \frac{3}{2}$$

所以 $\frac{a}{b} = \frac{3}{2}$ 。

10.

最终答案

- (1) $x = 24$
 (2) $x = 1$
 (3) $x = 6$

解答步骤

- (1) $\frac{x}{3} - \frac{x}{4} = 2$, 两边同乘 12, 得 $4x - 3x = 24$, 所以 $x = 24$ 。
 (2) $\frac{x + 1}{2} - \frac{x - 1}{3} = 1$, 两边同乘 6, 得 $3(x + 1) - 2(x - 1) = 6$, 即 $x + 5 = 6$, 所以 $x = 1$ 。
 (3) $\frac{2x - 1}{5} + \frac{x + 2}{10} = 3$, 两边同乘 10, 得 $2(2x - 1) + (x + 2) = 30$, 即 $5x = 30$, 所以 $x = 6$ 。

11.

最终答案

- (1) $x = 1$ 或 $x = -\frac{2}{3}$
 (2) $x = \sqrt{7}$ 或 $x = -\sqrt{7}$
 (3) $x = 7$

解答步骤

- (1) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} = \frac{3}{2}$, 定义域为 $x \neq 0, -1$ 。通分得

$$\frac{2x+1}{x(x+1)} = \frac{3}{2}.$$

交叉相乘:

$$2(2x+1) = 3x(x+1) \Rightarrow 3x^2 - x - 2 = 0.$$

因式分解得 $(3x+2)(x-1) = 0$, 所以 $x = 1$ 或 $x = -\frac{2}{3}$, 都符合定义域。

- (2) $\frac{2}{x-1} - \frac{1}{x+2} = 1$, 定义域为 $x \neq 1, -2$ 。通分得

$$\frac{2(x+2) - (x-1)}{(x-1)(x+2)} = 1.$$

即

$$x+5 = (x-1)(x+2) = x^2 + x - 2.$$

整理得 $x^2 - 7 = 0$, 所以 $x = \pm\sqrt{7}$, 都符合定义域。

- (3) $\frac{x+3}{x-2} = 2$, 定义域为 $x \neq 2$ 。解得

$$x+3 = 2x-4, \quad x = 7.$$

$x = 7$ 符合定义域。

12.

最终答案

- (1) $x = 2$
 (2) $x = 2$

解答步骤

- (1) $\frac{1}{1+\frac{1}{x}} = \frac{2}{3}$ 。先化左边:

$$\frac{1}{1+\frac{1}{x}} = \frac{1}{\frac{x+1}{x}} = \frac{x}{x+1}.$$

所以

$$\frac{x}{x+1} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3x = 2x+2 \Rightarrow x = 2.$$

- (2) $1 + \frac{1}{x+\frac{1}{2}} = \frac{7}{5}$, 则

$$\frac{1}{x+\frac{1}{2}} = \frac{7}{5} - 1 = \frac{2}{5}.$$

所以

$$x + \frac{1}{2} = \frac{5}{2} \Rightarrow x = 2$$

13.

最终答案

$$(1) \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$

$$(2) \frac{2}{(x-1)(x+1)} = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}$$

$$(3) \frac{3}{(m+1)(m+4)} = \frac{1}{m+1} - \frac{1}{m+4}$$

解答步骤

$$(1) \text{ 设 } \frac{1}{n(n+1)} = \frac{A}{n} + \frac{B}{n+1}, \text{ 通分得}$$

$$1 = A(n+1) + Bn$$

比较系数得 $A = 1, B = -1$ 。

(2)

$$\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} = \frac{x+1 - (x-1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{2}{(x-1)(x+1)}.$$

(3)

$$\frac{1}{m+1} - \frac{1}{m+4} = \frac{(m+4) - (m+1)}{(m+1)(m+4)} = \frac{3}{(m+1)(m+4)}.$$

14.

最终答案

$$(1) \frac{4}{5}$$

$$(2) \frac{1}{3}$$

解答步骤

$$(1) \text{ 利用 } \frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}:$$

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) = \frac{4}{5}.$$

(2)

$$\frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6} = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{3}.$$

15.

最终答案

$$F_1 = 1, \quad F_2 = 2, \quad F_3 = \frac{3}{2}, \quad F_4 = \frac{5}{3},$$

并且

$$F_{n+1} = 1 + \frac{1}{F_n} = \frac{F_n + 1}{F_n}$$

解答步骤

$$\begin{aligned}
 F_1 &= 1. \\
 F_2 &= 1 + \frac{1}{1} = 2. \\
 F_3 &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \\
 F_4 &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}} = 1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}
 \end{aligned}$$

由结构可见, 在 F_n 外再添一层 “ $1 + \frac{1}{\quad}$ ”, 就得到

$$F_{n+1} = 1 + \frac{1}{F_n}$$

16.**最终答案**

$$\frac{x+y}{xy} = \frac{1}{3}, \quad (x, y) = (4 + \sqrt{10}, 2 + \sqrt{10}) \text{ 或 } (4 - \sqrt{10}, 2 - \sqrt{10})$$

解答步骤

由

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{x+y}{xy} = \frac{1}{3},$$

可直接得到

$$\frac{x+y}{xy} = \frac{1}{3}.$$

又因为 $x - y = 2$, 所以 $x = y + 2$ 。代入原式:

$$\frac{1}{y+2} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3}$$

通分得

$$\frac{2y+2}{y(y+2)} = \frac{1}{3}$$

交叉相乘:

$$6y+6 = y^2+2y$$

整理得

$$y^2 - 4y - 6 = 0$$

解得

$$y = 2 \pm \sqrt{10}$$

于是

$$x = y + 2 = 4 \pm \sqrt{10}$$

所以解为

$$(x, y) = (4 + \sqrt{10}, 2 + \sqrt{10}) \text{ 或 } (4 - \sqrt{10}, 2 - \sqrt{10})$$

17.**最终答案**

- (1) 甲每天完成 $\frac{2}{15}$, 乙每天完成 $\frac{1}{6}$
 (2) 剩余工程占 $\frac{2}{5}$
 (3) 还需 $\frac{12}{5}$ 天

解答步骤

- (1) 甲单独完成需 $\frac{15}{2}$ 天, 所以甲每天完成

$$\frac{1}{15/2} = \frac{2}{15}$$

乙单独完成需 6 天, 所以乙每天完成

$$\frac{1}{6}$$

- (2) 两人每天共完成

$$\frac{2}{15} + \frac{1}{6} = \frac{4}{30} + \frac{5}{30} = \frac{3}{10}$$

合作 2 天完成

$$2 \times \frac{3}{10} = \frac{3}{5}$$

剩余

$$1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$

- (3) 剩余部分由乙单独完成, 需要

$$\frac{2/5}{1/6} = \frac{2}{5} \times 6 = \frac{12}{5} \text{ 天}$$

18.**最终答案**

- (1) 方程为 $\left(1 - \frac{2}{5}\right) \left(1 - \frac{3}{8}\right) x = 36$
 (2) 原来有 96 升

解答步骤

- (1) 第一次后剩下

$$\left(1 - \frac{2}{5}\right) x = \frac{3}{5} x$$

第二次倒出余下的 $\frac{3}{8}$, 所以剩下

$$\left(1 - \frac{3}{8}\right) \cdot \frac{3}{5} x = \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{5} x = \frac{3}{8} x$$

因此方程是

$$\frac{3}{8} x = 36$$

- (2) 解得

$$x = 36 \times \frac{8}{3} = 96$$

19.

最终答案

原来全班有 28 人。

解答步骤

设原来全班有 x 人，则原来女生有 $\frac{3}{7}x$ 人。转入 4 名女生后，女生有 $\frac{3}{7}x + 4$ 人，全班有 $x + 4$ 人。

按题意列方程：

$$\frac{\frac{3}{7}x + 4}{x + 4} = \frac{1}{2}$$

交叉相乘得

$$2\left(\frac{3}{7}x + 4\right) = x + 4$$

化简：

$$\frac{6}{7}x + 8 = x + 4$$

移项得

$$\frac{1}{7}x = 4, \quad x = 28$$

$x = 28$ 为正整数，符合题意，所以原来全班有 28 人。

20.

最终答案

- (1) $ad = bc$
- (2) 需要满足 $b + d \neq 0$
- (3) 在 $b + d \neq 0$ 时, $\frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

解答步骤

- (1) 已知 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, 两边同乘 bd , 得

$$ad = bc.$$

- (2) 要使 $\frac{a+c}{b+d}$ 有意义, 必须有 $b+d \neq 0$

- (3) 由 $ad = bc$ 得

$$ab + ad = ab + bc$$

提取公因式：

$$a(b+d) = b(a+c)$$

当 $b \neq 0$ 且 $b+d \neq 0$ 时, 两边同除以 $b(b+d)$, 得

$$\frac{a}{b} = \frac{a+c}{b+d}$$

同理也可推出

$$\frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$$