指数进阶符号计算练习

namishu.com　2026-04-12

1. 化简下列各式，并把结果写成只含正指数的最简形式：

(1) $\dfrac{a^5 \times a^{-2}}{a^3}$

(2) $\dfrac{x^{-3} \times x^7}{x^2}$

(3) $\dfrac{m^{\frac{5}{2}}}{m^{-\frac{1}{2}}}$

(4) $\dfrac{b^{-4}}{b^{-1}}$

2. 化简下列各式：

(1) $(2x^3)^2 \div (x^2)^2$

(2) $\left(\dfrac{3a^{-1}b^2}{ab^{-1}}\right)^2$

(3) $\dfrac{(m^2n^{-1})^3}{m^4n^{-2}}$

(4) $\dfrac{(2x^{-2}y^3)(3x^5y^{-1})}{6xy}$

3. 把下列各式化简成一个幂：

(1) $2^{x+1} \times 2^{3-x}$

(2) $a^{2m-1} \div a^{m+2}$

(3) $3^{2n} \times 3^{-n} \times 3$

(4) $b^{\frac{x}{2}} \times b^{\frac{x}{2}-1}$

4. 利用因式分解或恒等变形化简：

(1) $\dfrac{2^{2x}-1}{2^x-1}$

(2) $\dfrac{3^{2x}-9}{3^x-3}$

(3) $\dfrac{a^{2m}-a^{2n}}{a^m-a^n}$

(4) $\dfrac{x^{2p}+2x^p+1}{x^p+1}$

5. 利用完全平方公式或平方差公式化简：

(1) $(2^x+2^{-x})^2-(2^x-2^{-x})^2$

(2) $(3^x-1)^2-(3^x+1)(3^x-1)$

(3) $(a^m+a^{-m})^2-(a^m-a^{-m})^2$

(4) $(5^x+5^{-x})^2+(5^x-5^{-x})^2$

6. 先化简，再求值：

(1) 当 $a=2$ 时，求 $a^3+a^2-a^2-a$ 的值。
(2) 当 $x=-1$ 时，求 $2^{x+2}+2^{x+1}-2^x$ 的值。
(3) 当 $m=2$ 时，求 $\dfrac{3^{m+1}-3^m}{3^m}$ 的值。

7. 解下列指数方程：

(1) $2^x=16$
(2) $3^{x-1}=27$
(3) $5^{2x}=125$
(4) $2^{x+2}=2^{3x-4}$

8. 解下列指数方程：

(1) $4^x=2^{x+3}$
(2) $8^{x-1}=2^{2x+1}$
(3) $9^x=3^{x+4}$
(4) $27^{2x-1}=3^{x+7}$

9. 令 $t=2^x$，把下列方程化为关于 t 的整式方程，再求 x：

(1) $2^{2x}-5\cdot2^x+4=0$
(2) $2^{2x}+2^x-6=0$
(3) $4^x-3\cdot2^x-4=0$

10. 令 $t=3^x$，解下列方程：

(1) $3^{2x}-10\cdot3^x+9=0$
(2) $9^x-4\cdot3^x+3=0$
(3) $3^{2x}-6\cdot3^x+9=0$

11. 解下列含负指数的方程：

(1) $2^{-x}=\dfrac{1}{8}$
(2) $5^{1-x}=25$
(3) $3^{-x+2}=27$
(4) $4^{-x}=2^6$

12. 解下列含分数指数的方程：

(1) $2^{\frac{x}{2}}=4$
(2) $9^{\frac{x-1}{2}}=3$
(3) $8^{\frac{x}{3}}=4$
(4) $27^{\frac{x+1}{3}}=9$

13. 先设未知数，再解方程：

(1) $2^x + 2^{-x} = 5$
(2) $3^x + 3^{x+1} = 36$
(3) $5^{x-1} - 5^x = -20$

14. 若 $a = 2^x + 2^{-x}$，求下列各式，并尽量化简：

(1) $(2^x - 2^{-x})^2$
(2) $2^{2x} + 2^{-2x}$
(3) $(2^x + 2^{-x})^2 + (2^x - 2^{-x})^2$

15. 已知 $2^x + 2^y = 40$，且 $x - y = 2$。求 x, y。

16. 计算下列和，并把结果写成幂或整式的形式：

(1) $2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5$
(2) $3 + 3^2 + 3^3 + 3^4$
(3) $5^n + 5^{n+1} + 5^{n+2}$

17. 已知数列 $1, 2, 4, 8, \cdots, 2^n$。

(1) 写出前 $n+1$ 项和 $S_n = 1 + 2 + 4 + \cdots + 2^n$。
(2) 计算 $2S_n - S_n$，并据此说明你的结果为什么成立。

18. 已知数列

$$3,\ 3 \cdot 2,\ 3 \cdot 2^2,\ \cdots,\ 3 \cdot 2^n.$$

(1) 求前 $n+1$ 项和。
(2) 当 $n = 5$ 时，求这个和的值。

19. 观察并化简下列各式：

(1) $(2^x - 1)(2^x + 1)$
(2) $(3^x - 1)^2 + 2(3^x - 1) + 1$
(3) $a^{2m} - 2a^m + 1$
(4) $b^{2n} - 1$

20. 判断下列结论是否成立；若成立，请写“成立”，若不成立，请写“不成立”，并说明理由：

(1) $(a^m)^n = a^{m+n}$
(2) $a^m \div a^n = a^{m-n}$
(3) $a^m + a^n = a^{m+n}$
(4) $(a^m - b^m)(a^m + b^m) = a^{2m} - b^{2m}$
(5) 若 $2^x = 2^y$，则 $x = y$