指数进阶符号计算练习参考答案

namishu.com　2026-04-12

1.

最终答案

(1) 1
(2) x^2
(3) m^3
(4) $\dfrac{1}{b^3}$

解答步骤

(1) $\dfrac{a^5 \times a^{-2}}{a^3} = a^{5+(-2)-3} = a^0 = 1$。
(2) $\dfrac{x^{-3} \times x^7}{x^2} = x^{-3+7-2} = x^2$。
(3) $\dfrac{m^{\frac{5}{2}}}{m^{-\frac{1}{2}}} = m^{\frac{5}{2}-(-\frac{1}{2})} = m^3$。
(4) $\dfrac{b^{-4}}{b^{-1}} = b^{-4-(-1)} = b^{-3} = \dfrac{1}{b^3}$。

2.

最终答案

(1) $4x^2$
(2) $\dfrac{9b^6}{a^4}$
(3) $\dfrac{m^2}{n}$
(4) x^2y

解答步骤

(1) $(2x^3)^2 \div (x^2)^2 = 4x^6 \div x^4 = 4x^2$。
(2) $\left(\dfrac{3a^{-1}b^2}{ab^{-1}}\right)^2 = \left(3a^{-2}b^3\right)^2 = 9a^{-4}b^6 = \dfrac{9b^6}{a^4}$。
(3) $\dfrac{(m^2n^{-1})^3}{m^4n^{-2}} = \dfrac{m^6n^{-3}}{m^4n^{-2}} = m^{6-4}n^{-3-(-2)} = m^2n^{-1} = \dfrac{m^2}{n}$。
(4) $\dfrac{(2x^{-2}y^3)(3x^5y^{-1})}{6xy} = \dfrac{6x^3y^2}{6xy} = x^2y$。

3.

最终答案

(1) 2^4
(2) a^{m-3}
(3) 3^{n+1}
(4) b^{x-1}

解答步骤

(1) $2^{x+1} \times 2^{3-x} = 2^{x+1+3-x} = 2^4$。
(2) $a^{2m-1} \div a^{m+2} = a^{2m-1-(m+2)} = a^{m-3}$。
(3) $3^{2n} \times 3^{-n} \times 3 = 3^{2n+(-n)+1} = 3^{n+1}$。
(4) $b^{\frac{x}{2}} \times b^{\frac{x}{2}-1} = b^{\frac{x}{2}+\frac{x}{2}-1} = b^{x-1}$。

4.

最终答案

(1) $2^x + 1$
(2) $3^x + 3$
(3) $a^m + a^n$
(4) $x^p + 1$

解答步骤

(1) $\dfrac{2^{2x}-1}{2^x-1} = \dfrac{(2^x)^2-1^2}{2^x-1} = \dfrac{(2^x-1)(2^x+1)}{2^x-1} = 2^x+1$。
(2) $\dfrac{3^{2x}-9}{3^x-3} = \dfrac{(3^x)^2-3^2}{3^x-3} = \dfrac{(3^x-3)(3^x+3)}{3^x-3} = 3^x+3$。
(3) $\dfrac{a^{2m}-a^{2n}}{a^m-a^n} = \dfrac{(a^m)^2-(a^n)^2}{a^m-a^n} = \dfrac{(a^m-a^n)(a^m+a^n)}{a^m-a^n} = a^m+a^n$。
(4) $\dfrac{x^{2p}+2x^p+1}{x^p+1} = \dfrac{(x^p+1)^2}{x^p+1} = x^p+1$。

5.

最终答案

(1) 4
(2) $2 - 2 \cdot 3^x$
(3) 4
(4) $2\left(5^{2x} + 5^{-2x}\right)$

解答步骤

(1) 设 $A = 2^x$，$B = 2^{-x}$，则原式 $= (A+B)^2 - (A-B)^2 = 4AB = 4 \cdot 2^x \cdot 2^{-x} = 4$。
(2) $(3^x-1)^2 - (3^x+1)(3^x-1) = (3^x-1)\left[(3^x-1)-(3^x+1)\right] = -2(3^x-1) = 2 - 2 \cdot 3^x$。
(3) 设 $A = a^m$，$B = a^{-m}$，则原式 $= (A+B)^2 - (A-B)^2 = 4AB = 4 \cdot a^m \cdot a^{-m} = 4$。
(4) 设 $A = 5^x$，$B = 5^{-x}$，则原式 $= (A+B)^2 + (A-B)^2 = 2(A^2+B^2) = 2\left(5^{2x} + 5^{-2x}\right)$。

6.

最终答案

(1) 6
(2) $\frac{5}{2}$
(3) 2

解答步骤

(1) $a^3+a^2-a^2-a=a^3-a$。当 $a=2$ 时，原式 $=2^3-2=8-2=6$。
(2) $2^{x+2}+2^{x+1}-2^x=2^x(2^2+2^1-1)=5\cdot 2^x$。当 $x=-1$ 时，原式 $=5\cdot 2^{-1}=\frac{5}{2}$。
(3) $\frac{3^{m+1}-3^m}{3^m}=\frac{3^m(3-1)}{3^m}=2$。当 $m=2$ 时，值仍为 2。

7.

最终答案

(1) $x=4$
(2) $x=4$
(3) $x=\frac{3}{2}$
(4) $x=3$

解答步骤

(1) $2^x=16=2^4$，所以 $x=4$。
(2) $3^{x-1}=27=3^3$，所以 $x-1=3$，解得 $x=4$。
(3) $5^{2x}=125=5^3$，所以 $2x=3$，解得 $x=\frac{3}{2}$。
(4) $2^{x+2}=2^{3x-4}$，所以 $x+2=3x-4$，解得 $x=3$。

8.

最终答案

(1) $x=3$
(2) $x=4$
(3) $x=4$
(4) $x=2$

解答步骤

(1) $4^x=2^{x+3}$，即 $2^{2x}=2^{x+3}$，所以 $2x=x+3$，解得 $x=3$。
(2) $8^{x-1}=2^{2x+1}$，即 $2^{3x-3}=2^{2x+1}$，所以 $3x-3=2x+1$，解得 $x=4$。
(3) $9^x=3^{x+4}$，即 $3^{2x}=3^{x+4}$，所以 $2x=x+4$，解得 $x=4$。
(4) $27^{2x-1}=3^{x+7}$，即 $3^{6x-3}=3^{x+7}$，所以 $6x-3=x+7$，解得 $x=2$。

9.

最终答案

(1) $x=0$ 或 $x=2$
(2) $x=1$

(3) $x=2$

解答步骤

(1) 令 $t=2^x$，则原方程化为 $t^2-5t+4=0$，即 $(t-1)(t-4)=0$。所以 $t=1$ 或 $t=4$。当 $2^x=1$ 时，$x=0$；当 $2^x=4$ 时，$x=2$。
(2) 令 $t=2^x$，则原方程化为 $t^2+t-6=0$，即 $(t+3)(t-2)=0$。因为 $t=2^x>0$，所以 $t=2$。故 $2^x=2$，解得 $x=1$。
(3) 由 $4^x=(2^x)^2$，令 $t=2^x$，则原方程化为 $t^2-3t-4=0$，即 $(t-4)(t+1)=0$。因为 $t>0$，所以 $t=4$。故 $2^x=4$，解得 $x=2$。

10.

最终答案

(1) $x=0$ 或 $x=2$
(2) $x=0$ 或 $x=1$
(3) $x=1$

解答步骤

(1) 令 $t=3^x$，则原方程化为 $t^2-10t+9=0$，即 $(t-1)(t-9)=0$。所以 $t=1$ 或 $t=9$。当 $3^x=1$ 时，$x=0$；当 $3^x=9$ 时，$x=2$。
(2) 令 $t=3^x$，则 $9^x=(3^x)^2=t^2$，原方程化为 $t^2-4t+3=0$，即 $(t-1)(t-3)=0$。所以 $t=1$ 或 $t=3$。故 $x=0$ 或 $x=1$。
(3) 令 $t=3^x$，则原方程化为 $t^2-6t+9=0$，即 $(t-3)^2=0$。所以 $t=3$，故 $3^x=3$，解得 $x=1$。

11.

最终答案

(1) $x=3$
(2) $x=-1$
(3) $x=-1$
(4) $x=-3$

解答步骤

(1) $2^{-x}=\dfrac{1}{8}=2^{-3}$，所以 $-x=-3$，解得 $x=3$。
(2) $5^{1-x}=25=5^2$，所以 $1-x=2$，解得 $x=-1$。
(3) $3^{-x+2}=27=3^3$，所以 $-x+2=3$，解得 $x=-1$。
(4) $4^{-x}=2^6$，即 $2^{-2x}=2^6$，所以 $-2x=6$，解得 $x=-3$。

12.

最终答案

(1) $x=4$
(2) $x=2$

(3) $x=2$
(4) $x=1$

解答步骤

(1) $2^{\frac{x}{2}}=4=2^2$，所以 $\frac{x}{2}=2$，解得 $x=4$。
(2) $9^{\frac{x-1}{2}}=3$，即 $(3^2)^{\frac{x-1}{2}}=3^{x-1}=3^1$，所以 $x-1=1$，解得 $x=2$。
(3) $8^{\frac{x}{3}}=4$，即 $(2^3)^{\frac{x}{3}}=2^x=2^2$，所以 $x=2$。
(4) $27^{\frac{x+1}{3}}=9$，即 $(3^3)^{\frac{x+1}{3}}=3^{x+1}=3^2$，所以 $x+1=2$，解得 $x=1$。

13.

最终答案

(1) $x=\log_2\frac{5+\sqrt{21}}{2}$ 或 $x=\log_2\frac{5-\sqrt{21}}{2}$
(2) $x=2$
(3) $x=2$

解答步骤

(1) 设 $t=2^x$，则 $2^{-x}=\frac{1}{t}$，原方程化为

$$t+\frac{1}{t}=5.$$

两边同乘 t，得

$$t^2-5t+1=0.$$

解得

$$t=\frac{5\pm\sqrt{21}}{2}.$$

因为两个值都大于 0，所以

$$x=\log_2\frac{5+\sqrt{21}}{2}\quad \text{或} \quad x=\log_2\frac{5-\sqrt{21}}{2}.$$

(2) $3^x+3^{x+1}=3^x(1+3)=4\cdot 3^x=36$，所以 $3^x=9=3^2$，解得 $x=2$。
(3) $5^{x-1}-5^x=5^{x-1}(1-5)=-4\cdot 5^{x-1}=-20$，所以 $5^{x-1}=5=5^1$，解得 $x=2$。

14.

最终答案

(1) a^2-4
(2) a^2-2
(3) $2a^2-4$

解答步骤

(1) 因为 $a=2^x+2^{-x}$，所以

$$a^2=(2^x+2^{-x})^2=2^{2x}+2\cdot 2^x\cdot 2^{-x}+2^{-2x}=2^{2x}+2+2^{-2x}.$$

所以

$$(2^x-2^{-x})^2=2^{2x}-2\cdot 2^x\cdot 2^{-x}+2^{-2x}=2^{2x}-2+2^{-2x}=a^2-4.$$

(2)

$$a^2=(2^x+2^{-x})^2=2^{2x}+2+2^{-2x},$$

所以

$$2^{2x}+2^{-2x}=a^2-2.$$

(3)

$$(2^x+2^{-x})^2+(2^x-2^{-x})^2=(a^2)+(a^2-4)=2a^2-4.$$

15.

最终答案

$x=5$，$y=3$。

解答步骤

由 $x-y=2$，得 $x=y+2$。代入 $2^x+2^y=40$，得

$$2^{y+2}+2^y=40.$$

提取公因式 2^y:

$$2^y(2^2+1)=40,$$

即

$$5\cdot 2^y=40.$$

所以 $2^y=8=2^3$，故 $y=3$，从而 $x=y+2=5$。

16.

最终答案

(1) 2^6-1
(2) $\dfrac{3^5-3}{2}$
(3) $31\cdot 5^n$

解答步骤

(1) $2^0+2^1+2^2+2^3+2^4+2^5=1+2+4+8+16+32=63=2^6-1$。
(2) $3+3^2+3^3+3^4=3(1+3+3^2+3^3)=3\cdot\dfrac{3^4-1}{3-1}=\dfrac{3(3^4-1)}{2}=\dfrac{3^5-3}{2}$。
(3) $5^n+5^{n+1}+5^{n+2}=5^n(1+5+5^2)=5^n(1+5+25)=31\cdot 5^n$。

17.

最终答案

(1) $S_n=2^{n+1}-1$
(2) $2S_n-S_n=2^{n+1}-1$，因此 $S_n=2^{n+1}-1$

解答步骤

(1) 设

$$S_n=1+2+4+\cdots+2^n.$$

则

$$2S_n = 2 + 4 + 8 + \cdots + 2^{n+1}.$$

两式相减，得

$$2S_n - S_n = (2 + 4 + \cdots + 2^{n+1}) - (1 + 2 + 4 + \cdots + 2^n) = 2^{n+1} - 1.$$

所以

$$S_n = 2^{n+1} - 1.$$

(2) 由上面的相减过程可知，中间各项都互相抵消，只剩最后一项 2^{n+1} 和第一项 1，所以

$$2S_n - S_n = 2^{n+1} - 1.$$

而左边就是 S_n，故 $S_n = 2^{n+1} - 1$ 成立。

18.

最终答案

(1) $3(2^{n+1} - 1)$

(2) 189

解答步骤

(1) 前 $n+1$ 项和为

$$3 + 3 \cdot 2 + 3 \cdot 2^2 + \cdots + 3 \cdot 2^n = 3(1 + 2 + 2^2 + \cdots + 2^n).$$

由等比数列求和可得

$$1 + 2 + 2^2 + \cdots + 2^n = 2^{n+1} - 1,$$

所以前 $n+1$ 项和为

$$3(2^{n+1} - 1).$$

(2) 当 $n = 5$ 时，

$$3(2^6 - 1) = 3(64 - 1) = 3 \times 63 = 189.$$

19.

最终答案

(1) $2^{2x} - 1$

(2) 3^{2x}

(3) $(a^m - 1)^2$

(4) $(b^n - 1)(b^n + 1)$

解答步骤

(1) $(2^x - 1)(2^x + 1) = (2^x)^2 - 1^2 = 2^{2x} - 1$。

(2) 设 $t = 3^x - 1$，则原式 $= t^2 + 2t + 1 = (t+1)^2 = (3^x)^2 = 3^{2x}$。

(3) $a^{2m} - 2a^m + 1 = (a^m)^2 - 2a^m + 1 = (a^m - 1)^2$。

(4) $b^{2n} - 1 = (b^n)^2 - 1^2 = (b^n - 1)(b^n + 1)$。

20.

最终答案

(1) 不成立
(2) 成立
(3) 不成立
(4) 成立
(5) 成立

解答步骤

(1) $(a^m)^n = a^{mn}$，不是 a^{m+n}，所以不成立。
(2) 同底数幂相除，$a^m \div a^n = a^{m-n}$，所以成立。
(3) 同底数幂相加不能写成 a^{m+n}, 例如 $2^1+2^1=4$, 而 $2^{1+1}=4$ 只是特殊情况; 再如 $2^1+2^2=6\neq 8$, 所以不成立。
(4) $(a^m-b^m)(a^m+b^m)=(a^m)^2-(b^m)^2=a^{2m}-b^{2m}$，所以成立。
(5) 因为函数 $y=2^x$ 是单调递增的，若 $2^x=2^y$，则必有 $x=y$，所以成立。